

Esercitazione 07:

Caratteristiche della sollecitazione

Indice

1	Definizione delle caratteristiche della sollecitazione in una trave	1
1.1	Come determinare le caratteristiche della sollecitazione	2
2	Esempi notevoli di caratteristiche della sollecitazione	3
2.1	Trave incastrata, carico generico all'estremità	3
2.2	Trave fra due appoggi, con carico concentrato in un punto	4
2.3	Trave fra due appoggi, con carico distribuito su tutta la lunghezza	5
2.4	Trave fra due appoggi, con carico distribuito su una porzione di lunghezza	7
2.5	Trave fra due appoggi caricata con una coppia di forze	7

1 Definizione delle caratteristiche della sollecitazione in una trave

Data una trave (non necessariamente ad asse rettilineo) è possibile definire su di essa un'ascissa curvilinea ξ , vedi Fig.1.

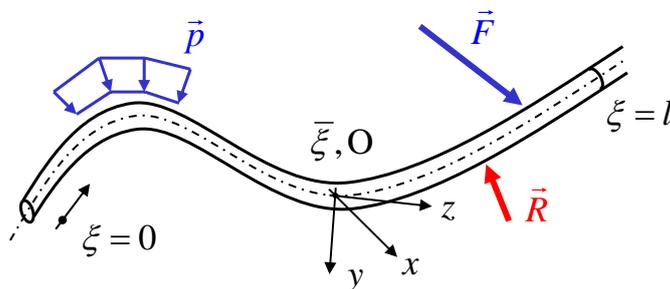


Figura 1: Definizione dell'ascissa curvilinea, e locale terna di riferimento.

Poniamo idealmente una sezione in corrispondenza della generica posizione $\bar{\xi}$ che divide la trave in due corpi. Analogamente a quanto accennato nell'esercitazione precedente è possibile ritenere un qualsiasi punto di continuità della struttura (ad esempio i vertici di un telaio) come

un incastro reciproco fra due corpi.

Quindi è possibile suddividere idealmente la singola trave in:

- porzione *a valle* rispetto alla posizione $\bar{\xi}$ (ossia la porzione di trave tale che $\bar{\xi} < \xi \leq l$);
- porzione *a monte* rispetto alla posizione $\bar{\xi}$ (ossia la porzione di trave tale che $0 \leq \xi \leq \bar{\xi}$).

Queste due porzioni di trave in corrispondenza del punto O (di ascissa curvilinea $\bar{\xi}$) si scambiano delle mutue azioni (principio di azione e reazione). Il sistema di forze che uno dei corpi esercita sull'altro (ad esempio quello che la parte a valle esercita sulla parte a monte) può essere ridotto in corrispondenza del punto O, come una forza applicata in tale punto ed una coppia.

Infine è possibile definire le componenti (della forza applicata e della coppia) secondo il sistema locale x, y, z . Tali componenti vengono dette appunto le *caratteristiche della sollecitazione*.

1.1 Come determinare le caratteristiche della sollecitazione

Innanzitutto è necessario stabilire quale sistema di mutua interazione considerare, se quello che la parte a monte esercita sulla parte a valle o viceversa.

Premesso che tale distinzione è solo convenzionale, è tuttavia utile far riferimento sempre allo stesso criterio per non generare confusione.

Solitamente si considera come sistema di forze quello che *la parte a valle esercita sulla parte a monte*.

Stabilita questa convenzione, prendiamo in considerazione la porzione di trave a valle. Affinché quest'ultima sia in *equilibrio* è necessario che in corrispondenza dell'incastro in O, di coordinata $\bar{\xi}$, la parte a monte eserciti su quella a valle un sistema di forze equilibrante. Per il principio di azione e reazione il sistema di forze che la parte a valle esercita sulla parte a monte è uguale e contrario.

Per cui in definitiva per determinare le caratteristiche della sollecitazione è sufficiente considerare la parte a valle e ridurre il sistema di forze che agiscono su di essa in corrispondenza del punto O.

In Fig.2 si rappresenta un semplice esempio in cui una trave incastrata è sottoposta ad un carico concentrato in un punto.

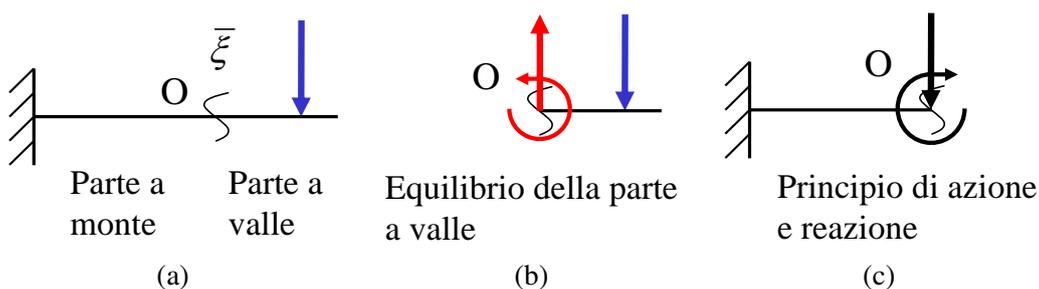


Figura 2: (a) Definizione di porzione *a valle* e *a monte*. (b) Equilibrio della parte a valle. (c) Principio di azione e reazione, per ottenere il sistema di forze che la parte a valle esercita su quella a monte.

Infine risultante e momento risultante vanno scomposti in componenti secondo un sistema di assi definito localmente con origine in O.

In molte situazioni può essere più comodo considerare l'equilibrio della parte a monte, piuttosto che quella a valle. Seguendo questa strada quindi è sufficiente ricordare di cambiare di segno alle caratteristiche trovate per riallinearsi con la convenzione in uso.

2 Esempi notevoli di caratteristiche della sollecitazione

Verranno di seguito presentati alcuni esempi classici di calcolo delle caratteristiche della sollecitazione in schemi di vincoli piani.

Verrà di seguito seguita la notazione di uso comune che prevede di posizionare l'asse z secondo la direzione della trave, l'asse y verso il basso e l'asse x uscente dal piano di rappresentazione. In problemi piani, le caratteristiche di sollecitazioni (non nulle) sono soltanto 3 (rispetto alle 6 in un problema tridimensionale generico) e sono:

- *Forza normale* N_z : componente della forza secondo l'asse della trave (asse z);
- *Taglio* T_y : componente della forza secondo l'asse y ;
- *Momento flettente* M_x : componente di momento in direzione x .

Sono invece identicamente nulle le componenti: taglio secondo x (T_x), momento flettente secondo y (M_y) e momento torcente secondo l'asse della trave (M_z).

L'obiettivo quindi è determinare la distribuzione delle caratteristiche N_z, T_y, M_x della sollecitazione lungo l'asse della trave, ossia in funzione della variabile curvilinea ξ che percorre l'intera lunghezza della trave.

Infine è consuetudine rappresentare l'istogramma del momento flettente M_x positivo verso il basso (in accordo con la posizione delle fibre tese).

2.1 Trave incastrata, carico generico all'estremità

In Fig.3 si rappresenta lo schema di carico trave incastrata, sollecitata da un carico generico all'estremità, e le relative reazioni vincolari.

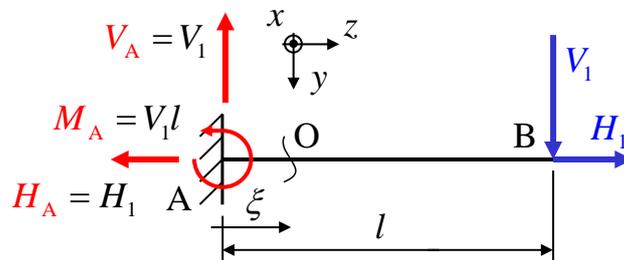
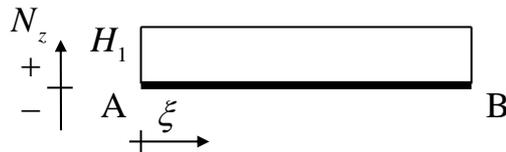


Figura 3: Trave incastrata, con un carico generico all'estremità.

Considerando una generica sezione in posizione $\xi \in [0, l]$ è possibile determinare le seguenti distribuzioni di caratteristiche di sollecitazione:

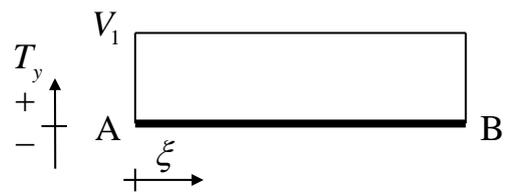
- *Forza normale*

$$N_z(\xi) = H_1$$



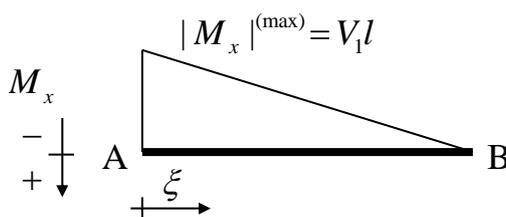
- *Taglio*

$$T_y(\xi) = V_1$$



- *Momento flettente*

$$M_x(\xi) = -V_1(l - \xi)$$



2.2 Trave fra due appoggi, con carico concentrato in un punto

In Fig.4 si rappresenta lo schema di carico trave fra due appoggi, con carico concentrato in un punto, e le relative reazioni vincolari.

Considerando una generica sezione in posizione $\xi \in [0, l]$ è possibile determinare le seguenti distribuzioni di caratteristiche di sollecitazione:

- *Forza normale*

$$N_z(\xi) = 0$$

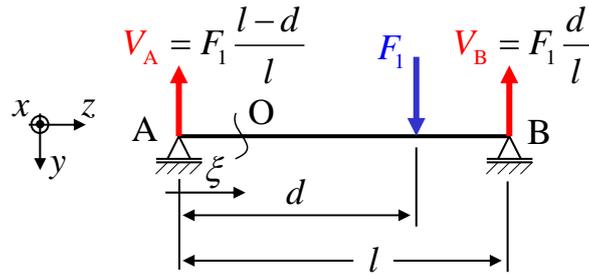
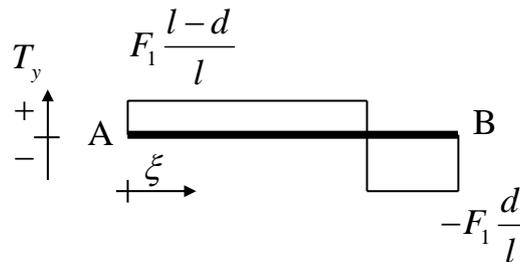


Figura 4: Trave fra due appoggi, con carico concentrato in un punto.

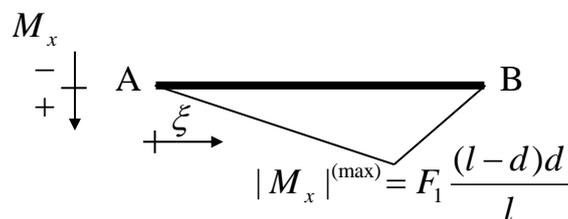
- *Taglio*

$$T_y(\xi) = \begin{cases} F_1 \frac{l-d}{l} & \text{per } 0 < \xi < d \\ -F_1 \frac{d}{l} & \text{per } d < \xi < l \end{cases}$$



- *Momento flettente*

$$M_x(\xi) = \begin{cases} F_1 \frac{l-d}{l} \xi & \text{per } 0 \leq \xi < d \\ F_1 \frac{d}{l} (l-\xi) & \text{per } d < \xi \leq l \end{cases}$$



2.3 Trave fra due appoggi, con carico distribuito su tutta la lunghezza

In Fig.5 si rappresenta lo schema di carico trave fra due appoggi caricata con carico distribuito su tutta la lunghezza, e le relative reazioni vincolari.

Considerando una generica sezione in posizione $\xi \in [0, l]$ è possibile determinare le seguenti distribuzioni di caratteristiche di sollecitazione:

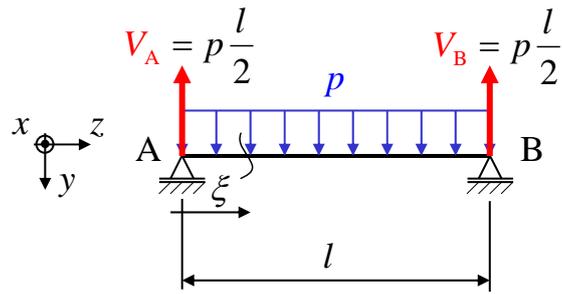


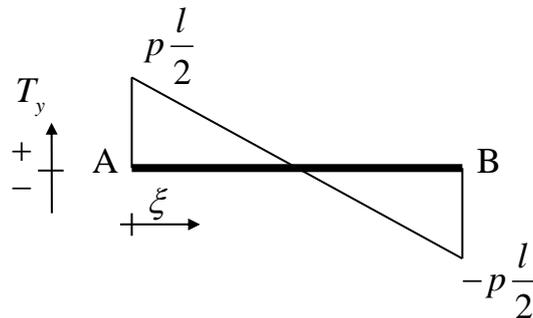
Figura 5: Trave fra due appoggi, con carico distribuito su tutta la lunghezza.

- *Forza normale*

$$N_z(\xi) = 0$$

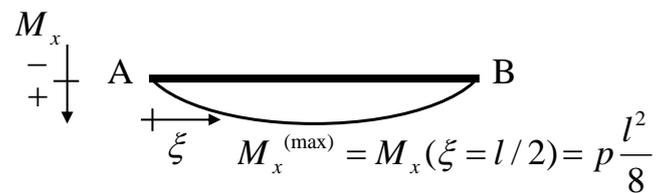
- *Taglio*

$$T_y(\xi) = p \frac{l}{2} - p\xi$$



- *Momento flettente*

$$M_x(\xi) = p \frac{l}{2} (l - \xi) - p (l - \xi) \frac{l - \xi}{2}$$



2.4 Trave fra due appoggi, con carico distribuito su una porzione di lunghezza

In Fig.6 si rappresenta lo schema di carico trave fra due appoggi, con carico distribuito su una porzione di lunghezza, e le relative reazioni vincolari.

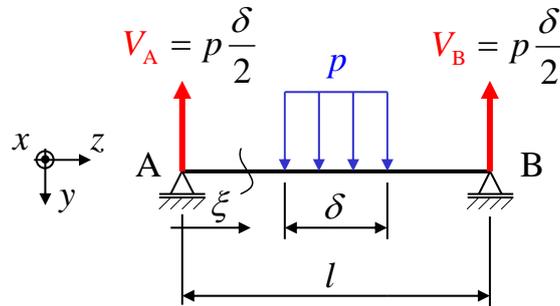


Figura 6: Trave fra due appoggi, con carico distribuito su una porzione di lunghezza.

Determinare le distribuzioni delle caratteristiche di sollecitazione N_z, T_y, M_x .



2.5 Trave fra due appoggi caricata con una coppia di forze

In Fig.7 si rappresenta lo schema di carico trave fra due appoggi caricata con una coppia di forze, e le relative reazioni vincolari.

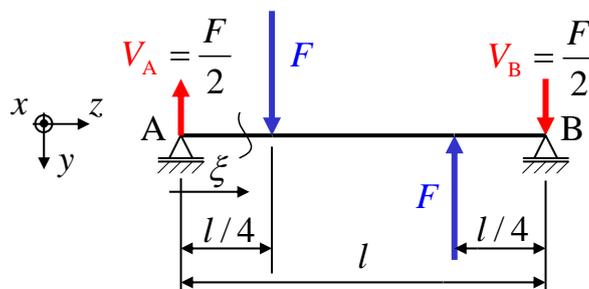


Figura 7: Trave fra due appoggi caricata con una coppia di forze.

Determinare le distribuzioni delle caratteristiche di sollecitazione N_z, T_y, M_x .

