FISICA

Si svolgano al più 6 esercizi dei 9 sottoelencati

1) Si studi la stabilità intorno all'origine nel piano x-y di una particella carica soggetta ad una forza di repulsione lineare (proporzionale alla distanza dall'origine nel piano x-y) in presenza di un campo magnetico $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ uniforme e costante nel tempo. Si trascurino effetti dissipativi.

2) Dimostrare che per trasformazioni di Lorentz il prodotto $E\,dV$ (energia per elemento di volume) rimane invariante. Usare il risultato precedente per mostrare che una distribuzione di radiazione di corpo nero di Planck isotropa in un dato sistema di riferimento viene vista da un osservatore in moto ancora come una distribuzione di tipo Planck ma con temperatura dipendente da θ (l'angolo di osservazione rispetto alla velocità).

3) Un'onda elettromagnetica piana polarizzata circolarmente si propaga lungo l'asse x e mette in oscillazione un dipolo elettrico posto all'origine degli assi. Il dipolo è costituito da un oscillatore isotropo di frequenza propria ω_0 che irraggia sotto l'azione dell'onda elettromagnetica incidente. Un osservatore posto lungo l'asse y osserva la radiazione diffusa dal dipolo. Che polarizzazione osserva?

4) Si schematizzi la perdita di calore da una stanza come dovuta a una finestra di vetro, spessa $s = 0.5$ cm e di area $A = 1$ m^2, che separa la stanza a temperatura $t_1 = 30\,°$C dall'esterno a $0\,°$C. La conducibilità termica del vetro è $k = 1.0$ W m^{-1} K^{-1}.
Che potenza deve essere fornita alla stanza per mantenerne costante la temperatura ? Qual è la variazione di entropia per unità di tempo dell'intero sistema se l'energia è fornita da una sorgente termica con temperatura $t_s = 80\,°$C?

5) Un gas perfetto viene riscaldato a pressione costante. Nel processo la densità del gas diminuisce. Come varia la velocità del suono nel gas?

6) Una nube di polveri interstellari contiene grani con un diametro caratteristico $d = 10^{-5}$ cm e densità $\rho = 1$ g cm^{-3}. Questa nube si scontra con una nube di gas. Se la velocità relativa della nube di gas rispetto a quella dei grani è V, quanto valgono i tassi di trasferimento di massa e di quantità di moto ai grani? La densità numerica del gas è $n_g = 1$ cm^{-3} la velocità relativa è $V = 10^6$ cm s^{-1} e si suppone che le molecole del di gas abbiano massa $m = 3 \times 10^{-24}$ g e che restino attaccate al grano di polvere dopo ogni collisione.

7) Due particelle di massa m, da trattarsi quantisticamente, si trovano in un potenziale armonico (unidimensionale) e si attraggono con un potenziale $\frac{1}{2}\,g(x_1 - x_2)^4$. Si calcoli l'energia dello stato fondamentale del sistema per piccoli g e si stimi la stessa energia per grandi g. Si usino unità $\hbar = m = \omega = 1$, dove ω è la frequenza di oscillazione di una particella nel potenziale armonico.

8) Si vuole misurare la frazione di decadimento (branching ratio) di una particella elementare in un particolare stato finale. Le particelle sotto studio vengono generate in un acceleratore e, sulla base della sezione d'urto di produzione e della luminosità integrata, si stima una produzione complessiva di $N = 2.00 \times 10^6$ particelle.
Un apposito rivelatore osserva $N_o = 150$ eventi di decadimento del tipo analizzato. L'efficienza di rivelazione è valutata essere $\epsilon = 20\%$ mediante una simulazione molto accurata del rivelatore. Il numero di decadimenti simulati è $N_s = 400$.
Determinare: la frazione di decadimento misurata, il suo errore statistico e il suo errore sistematico derivante dal numero di eventi simulati.

9) Uno spettrometro per particelle cariche è costituito da tre piani paralleli di rivelatori di posizione con risoluzione spaziale σ_x, posti a distanza a uno dall'altro, che misurano la sola coordinata x del punto in cui sono attraversati dalle particelle. I rivelatori sono immersi in un campo magnetico uniforme di modulo B, parallelo ai piani dei rivelatori e ortogonale alla coordinata misurata. Direzione e spettro delle particelle sono tali che esse attraversano quasi perpendicolarmente i tre piani dei rivelatori.
Stimare la risoluzione σ_p della misura dell'impulso trasverso p_t.

Si svolgano al più 6 esercizi dei 9 sottoelencati

1) Si considerino due oscillatori lineari accoppiati in presenza di dissipazione che obbediscano alle equazioni di moto

$$\ddot{\xi}_1 + \nu_1\dot{\xi}_1 = -\omega_1^2\xi_1 + \omega^2\xi_2,$$

$$\ddot{\xi}_2 + \nu_2\dot{\xi}_2 = -\omega_2^2\xi_2 + \omega^2\xi_1,$$

con $\omega_1^2\omega_2^2 > \omega^4$. Si dica in quali condizioni il loro moto può essere descritto in termini di due modi normali di oscillazione disaccoppiati.

2) Un satellite artificiale gira attorno alla Terra in un'orbita circolare di raggio R_1. Lo si vuole portare in un'altra orbita circolare di raggio $R_2 > R_1$. Si possono accendere due volte i motori dei razzi, in modo impulsivo e tangenziale all'orbita: come si manovra?

3) Si considerino due elettroni (considerati non interagenti tra loro) in un campo magnetico $B_0\vec{e}_z$ uniforme e statico. I due elettroni ruotano lungo la stessa circonferenza, il cui raggio indichiamo con la lettera d, nel piano $z = 0$. Supponendo che l'energia cinetica dei due elettroni sia fissata, determinare come scala la potenza emessa per irraggiamento dal sistema dei due elettroni con il valore di B_0 nei seguenti due casi:
a) i due elettroni ruotano in fase (cioè sovrapposti),
b) i due elettroni ruotano in opposizione di fase (cioè ai due estremi di un diametro).
Si suppongano gli elettroni non relativistici.

4) Si desidera innalzare il più possibile la temperatura di un corpo di capacità termica C e temperatura iniziale T_0. Si hanno a disposizione una sorgente termica a temperatura fissata $T_s > T_0$ e macchine termiche di ogni genere. Qual è la massima temperatura a cui può essere portato il corpo senza utilizzare altre fonti di energia?

5) Prendendo un modello isotermo di equilibrio dell'atmosfera terrestre, a composizione chimica costante e formata da molecole biatomiche (si pensi ad una atmosfera di puro azoto), si esprima l'altezza dal suolo a cui la densità dell'aria si dimezza in funzione della velocità del suono nell'aria e dell'accelerazione di gravità (supposta anch'essa costante)

6) Una nube di polveri interstellari contiene grani con un diametro caratteristico $d = 10^{-5}$ cm e densità $\rho = 1\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$. I grani sono in equilibrio termico alla temperatura $T \simeq 100\,\mathrm{K}$.
Si dia una stima delle frequenze a cui ci si aspetta che i grani irradino la loro energia cinetica di rotazione. Si supponga la nube trasparente alla radiazione elettromagnetica emessa ed i grani non sferici e carichi elettrostaticamente.

7) Un nucleo di carica Z ha un decadimento β^+ in un nucleo di carica $Z - 1$. Il processo può essere considerato come istantaneo dal punto di vista degli elettroni atomici. Nel processo l'atomo può subire una ionizzazione per emissione di un elettrone dal guscio K (il più interno). Stimare la probabilità del processo di ionizzazione per unità di energia dell'elettrone, ad alte energie. Può essere utile ricordare che la funzione idrogenoide per lo stato 1s è (α = unità coulombiana di lunghezza):

$$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha^3}}\exp(-r/\alpha)\,.$$

8) Un esperimento con fascio di particelle continuo è dotato di un trigger con efficienza $\epsilon = 20\%$ per gli eventi sotto studio. Il sistema di acquisizione dati genera un tempo morto di $\Delta t = 1$ ms per ogni evento acquisito; durante il tempo morto il trigger e il rivelatore sono inefficaci.
Sapendo che la frequenza media di acquisizione dei dati è $\nu_A = 500\,Hz$, determinare la frequenza originaria degli eventi.

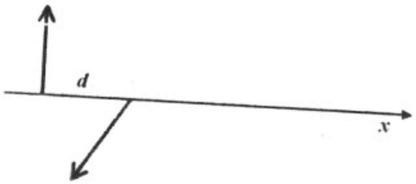
9) Un rivelatore a stato solido a partizione di carica permette di misurare la coordinata del punto di attraversamento di una particella carica grazie alla ripartizione della carica di ionizzazione (elettroni o lacune) tra coppie di elettrodi adiacenti. La carica raccolta da ciascun elettrodo è, in media, inversamente proporzionale alla distanza dell'elettrodo dal punto di ionizzazione. Sovrapposta alla carica di ionizzazione, per ciascun elettrodo il rivelatore misura anche una carica di rumore con distribuzione gaussiana a media nulla e varianza σ^2.
Se q è la carica complessivamente rilasciata per ionizzazione durante l'attraversamento di una particella e a è la distanza tra gli elettrodi, stimare il contributo alla risoluzione spaziale derivante dalle fluttuazioni statistiche del rumore.

Si svolgano al più 6 esercizi dei 9 sottoelencati

1) Si consideri il moto non relativistico di una particella carica in un campo magnetico $\vec{B} = B_0(x/L)\vec{e}_z$ dove $B_0(x/L)$ è una funzione della coordinata x, L ha le dimensioni di una lunghezza ed $\vec{e}_z$ è il versore unitario nella direzione z. Si dicano quali sono gli integrali del moto e si dia la loro espressione.

2) Una particella di massa m (neutrone) non relativistica a bassa energia urta elasticamente un nucleo di numero atomico A (si assuma $M = Am$ come massa del nucleo). La sezione d'urto è isotropa nel centro di massa. Si calcoli la distribuzione in energia (nel laboratorio) per il neutrone diffuso e la perdita media di energia per urto.

3) Si considerino due dipoli elettrici oscillanti disposti come in figura (frecce scure) orientati rispettivamente lungo l'asse z e lungo l'asse y, a distanza d tra loro lungo l'asse x. I due dipoli oscillano con la stessa ampiezza di dipolo, con la stessa frequenza e con fase relativa φ. Si dica per quali valori di d e di φ i campi elettromagnetici (di radiazione) risultanti lungo l'asse x sono:
a) polarizzati circolarmente per $x > 0$ (cioè a destra dei due dipoli in figura) e linearmente per $x < 0$ (cioè a sinistra dei due dipoli in figura),
b) sono polarizzati circolarmente sia per $x > 0$ che per $x < 0$.



4) Si schematizzi l'insolazione sul terreno con un flusso termico $\Phi = \Phi_0 \sin\omega t$ (potenza per unità di superficie) perpendicolare al suolo. Si spieghi come la temperatura del terreno varia col tempo e con la profondità, supponendo di conoscere le seguenti proprietà del terreno: conducibilità termica k, densità di massa ρ e calore specifico c.

5) Si stimi la velocità di fase di un'onda che si propaga sulla superficie di un mare profondo. Si supponga che la lunghezza d'onda sia di circa 600 metri.

6) Si consideri un disco sottile isotermo (temperatura T) di gas (come spesso considerato nello studio dei dischi di accrescimento in cui si trascura l' auto-gravità del disco e si descrive la dinamica del gas con le equazioni dei fluidi) immerso in un campo gravitazionale sferico (non necessariamente kepleriano) $\phi = \phi(r)$ con $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Sia z la coordinata lungo l'asse perpendicolare al disco passante per il centro di attrazione. Il disco di gas ruota intorno all'asse z. Sia assegnata la curva di rotazione $V = V(R)$, (dove $R^2 = x^2 + y^2$) che indica la velocità di rotazione del gas del disco intorno all'asse z. Si consideri il caso in cui la velocità termica del gas è molto minore della velocità di rotazione V. Tenendo conto dell'approssimazione di disco sottile (cioè per $z \ll R$) si calcoli il profilo di densità del gas $\rho(z)$ in funzione di z richiesto dal bilancio delle forze che agiscono sul gas lungo z.

7) Si consideri come modello di risonanza una particella (da trattarsi quantisticamente) nel semispazio $x > 0$ in presenza di un potenziale a delta di Dirac della forma $g\,\delta(x - a)$. Si stimino le energie dei primi stati legati e le loro larghezze.

8) In un esperimento due pacchetti di particelle collidono periodicamente con frequenza ν_0. In ogni collisione dei pacchetti possono statisticamente verificarsi urti di una o più coppie di particelle. Due contatori, denominati A e B, forniscono segnali quando sono colpiti dalle particelle prodotte negli urti. Ciascun contatore fornisce al massimo un solo segnale per ogni collisione, anche quando fosse colpito da molte particelle. Le particelle prodotte negli eventi sotto studio, che denomineremo c, colpiscono sempre entrambi i contatori. Sovrapposti ai suddetti eventi sono presenti eventi di fondo, denominati a e b, che colpiscono rispettivamente solo il contatore A e solo il contatore B.
In ogni collisione possono essere generati eventi a, b e c in numero variabile da collisione a collisione. Gli eventi a, b e c sono tutti indipendenti tra loro.
Al fine di conoscere la frequenza media degli eventi di tipo c si misurano le seguenti frequenze medie di conteggio: ν_A del rivelatore A, ν_B del rivelatore B e ν_C della coincidenza di entrambi.
Determinare la frequenza media degli eventi c.

9) Un rivelatore a stato solido a partizione di carica permette di misurare la coordinata del punto di attraversamento di una particella carica grazie alla ripartizione della carica di ionizzazione (elettroni o lacune) tra coppie di elettrodi paralleli adiacenti. La carica raccolta da ciascun elettrodo è, in media, inversamente proporzionale alla distanza dell'elettrodo dal punto di ionizzazione.
Se q è la carica complessivamente rilasciata per ionizzazione durante l' attraversamento di una particella e a è la distanza tra gli elettrodi, stimare il contributo alla risoluzione spaziale derivante dalle fluttuazioni statistiche della ripartizione dovute alla quantizzazione della carica.